Title	Invariante Masse III
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 252 p.231-p.235
Issue Date	1943-04-02
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75048
rights	
Note	

1116. Invariante Masse III

中野　秀五郎

§7. 準測度

定理5ハ定理2ノ拡張デハアリマスガ所謂 locally bicompact ノトキノ Haar measure ノ存在ハ直チニハ誘出スル譯ニ參リマセン。故ニ以下コノ問題ヲ考ヘテ見マセウ。

R ヲ locally bicompact トス。regularly open U ニシテ其ノ closure $\overline{U}$ ガ bicompact ナルモノヲ近傍ト云フコトヽシマス。

定義2. R ノスベテノ近傍 U ノ函数 $Q(U)$ ガ次ノ條件ヲ滿足スルトキ準測度ト云フコトヽシマス。

1) $0 \leqq Q(U) \leqq +\infty$, $\quad Q(0)=0$

2) $U_1 \subset U_2$ ナラバ $\quad Q(U_1) \leqq Q(U_2)$

3) $Q(U_1 \oplus U_2) \leqq Q(U_1) + Q(U_2)$

($U_1 \oplus U_2$ ハ $\overline{U_1 + U_2}$ ノ offener Kern)

準測度ニ定義1ノ如クニ weak topology ヲ入レマスト、豫備定理1ト同樣ニシテ次ノ定理ガ證明出來マス。

豫備定理4. 一ツノ近傍 U_0 $(\neq 0)$ ニ對シテ $Q(U_0)=1$ ナル準測度全體ハ bicompact デアリマス。

$\mathfrak{N}$ ヲ近傍ノ集合デ

$$\mathfrak{N} \ni U, \ U \supset V \quad \text{ナラバ} \quad \mathfrak{N} \ni V$$

ナルモノトシマス。

<u>定義3.</u> 準測度 Q ト近傍ノ集合 $\mathfrak{N}$ トアリテ、若シモ

$$UQ' \neq 0 \ \text{ナラバ} \ Q'V = 0 \qquad (Q' \in \mathfrak{N})$$

ノ満タス U, V ニ對シテ常ニ

$$Q(U \oplus V) = Q(U) + Q(V)$$

デアルトキ, <u>Q ハ mod $\mathfrak{N}$ デ加的</u>デアルト云フコトニシマス。

然ルトキハ明カニ Q ガ mod $\mathfrak{N}$ デ加的. 又 $\mathfrak{N} \subset \mathfrak{N}_1$ ナラバ, 又 Q ハ mod $\mathfrak{N}_1$ デ加的デアリマス。又簡單ニ次ノ定理ガ証明出來マス。

<u>豫備定理5. mod $\mathfrak{N}$ デ加的ナ準測度ノ全体ハ bicompact</u> デアリマス。

<u>豫備定理6. R ノ連續変換 T デ invariant ナ準測度ノ全体ハ bicompact デアリマス。</u>

§8. 定理2ノ擴張

<u>定理6. R ヲ locally bicompact. $\mathfrak{T}$ ヲ変換群デ次ノ條件ヲ満タス点 x_0 ガアルトシマス。</u>

1) <u>任意ノ点 x 及ビ其ノ近傍 U ニ對シテ, x_0 ノ近傍 V_0 及ビ x ノ近傍 V ヲ適當ニ與ヘレバ $T \in \mathfrak{T}$ ニ対シ</u>

$V(TV_0) \neq 0$ ナラバ常ニ $TV_0 \subset V$

2) x_0 ノ任意ノ近傍 U ニ對シ、TU ($T \in \mathfrak{Y}$) ノ全体デ R ヲ cover スルコトガ出来ル。

然ルトキハ近傍 U_0 ニ対シ $mU_0 = 1$ ナル invariant measure ガ存在シマス。

証明. x_0 ノ近傍 U ニ對シ $TU \supset V$ ($T \in \mathfrak{Y}$) ナル V ノ全体ヲ $\mathfrak{N}_U$ トシマスト, mod $\mathfrak{N}_U$ デ加的. $Q(U_0) = 1$. 然カモ $\mathfrak{Y}$ デ invariat ナ準測度 Q ノ全体ヲ $\mathfrak{P}_U$ トシマスト、豫備定理4.5, 6ニヨリ $\mathfrak{P}_U$ ハ bicompact デアリマス。然カモ其ノ有限個 $\mathfrak{P}_{U_1}$, ……, $\mathfrak{P}_{U_n}$ ハ必ズ共有点ガアリマス。如何トナレバ $U \subset U_1$ …… U_n ナル x_0 ノ近傍 U ニ對シテ Haar ノ如ク

$$Q(V) = \frac{\bar{V}\text{ヲ cover スル }TU\text{ ノ最小個数}}{\bar{U}_0\text{ヲ cover スル }TU\text{ ノ最小個数}}$$

トオケバ準測度 Q ハ mod $\mathfrak{N}_U$ デ加的、從ッテ mod $\mathfrak{N}_i$ ($i = 1, 2, \ldots\ldots, n$) デ加的デアリマス。又明カニ $\mathfrak{Y}$ ニテ Invariant デアリマス。

$\mathfrak{P}_U$ ノスベテノ U ニ対スル共通部分ガ從ッテ存在シマスカラ、其ノ一ツヲ m トスレバ任意ノ V_1, V_2 ニ對シ $\bar{V}_1$, $\bar{V}_2 = 0$ ナレバ

$$m(V_1 \oplus V_2) = mV_1 + mV_2$$

デアリマス。如何トナレバ, $\bar{V}_1$ ハ

$\bar{V}_1$ ノ有限個ノ点 x_1, ……, x_n 及ビソノ近傍 U_1, ……

----, U_n ニヲ cover サレ，然カモ $\bar{U}_i \bar{V}_2 = 0$ ナラシメラレマス。

假定ノ1)ニヨリ、x_0 ノ近傍 U ヲ適當ニ定メレバ、$\bar{U}_i U \neq 0$ ナレバ，$U \bar{V}_2 = 0$ ナラシメラレマス。m ハ $\mathfrak{P}_U$ ニ含マレマスカラ mod $\mathfrak{N}_U$ デ加的從ッテ上ノ等式ガ成立致シマス。

次ニ任意ノ点 x 及ビ其ノ近傍 V_0 ニ對シ $x \in V_1 \subset V_0$ ニシテ

$$m V_1 = \sup_{V_1 \supset \bar{U}} m U$$

ナル近傍 V_1 ノ存在スルコトガ容易ニ証明出来マス。(著者 Topologische Masse 參照). 此ノ如キ V_1 ノ全体ヲ $\mathfrak{V}$ トスレバ m ハ $\mathfrak{V}$ ヲ Grund system トスル topologisches Masse トナリマス。然カモ $m\bar{U}_0 = 1$ ニテ $\mathfrak{F}$ ニ關シテ invariant ナルコトハ明カデアリマス。又 $mU < \infty$ ナルコトハ U ガ TU_0 ノ有限個デ cover サレルコトヨリ明カデアリマス。

定理6ニ於テ、1)ノ x_0 ヲ任意トスレバ、2)ニ於テハ、TU_1 ($T \in \mathfrak{F}$) ガ R ヲ cover スル U_1 ガ少クトモ一ツ存在スレバ充分デアリマス。如何トナレバ，$\bar{U}_1 \ni x$ ナル任意ノ点 x ニ對シ、Tx ($T \in \mathfrak{F}$) ノ closure ヲ Ax トスレバ、Ax ハ closed 且ツ $\mathfrak{F}$ デ invariant デアリマス。

故ニ此ノ如キ A_x ノ Durchschnitt トシヲ invariant closed ナ R ニシテ、R ヲ x ナル任意ノ x ニ対シ、Tx ($T \in \mathfrak{F}$) ノ closure ガヤハリ R トナリマス。故ニ R ヲ x_0 ナル一点ハ relative space R ニテ定理6ノ1) ノ x_0 ノ役ヲ致シマス。故ニ R ノ上ニ invariant measure m ガアリマス。$R\mathfrak{U}=0$ ナル $\mathfrak{U}$ ニ對シテ、$m\mathfrak{U}=0$ トスレバ、此ノ m ガ $\mathfrak{R}$ デノ invariant measure トナリマス。

—— 18. 3. 15. ——

(西大 ＝三六八)